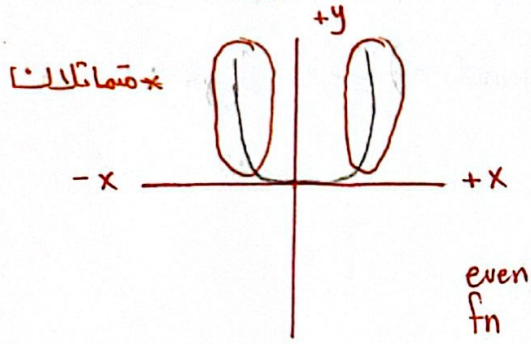
5 Even and Odd functions الاقترانات الزوجية والفردية

A) Even function :- A function $f(x)$ is said to be an even function

$$\xleftrightarrow[\text{only If}]{\text{If and}} \quad f(x) = f(-x)$$

الاقتران الزوجي :- يكون $f(x)$ اقترانًا زوجيًا إذا كان $f(x) = f(-x)$ وهذا يعني ان قيمة الاقتران $f(x)$ لا تتغير عندما نغير إشارة (x) .

* وإذا تحقق مفهوم التناظر الذي ينص على ان تكون الاقترانات الزوجية متماثلة حول محور y يكون الاقتران بهذه الحالة زوجيًا يحقق العلاقة $f(x) = f(-x)$



* لاحظ ان طرفي الاقتران حول محور y متماثلان رغم وجود احدهما عن محور $(+x)$ والاخر عن محور $(-x)$ وهذا يحقق العلاقة

even fn $\Leftarrow f(x) = f(-x)$

* The following functions are always **even**

1) Constant function (الاقتران الثابت) $\rightarrow f(x) = C$, C : ثابت

ex: $f(x) = 5$, $f(x) = 7$, $f(x) = -5$

2) Absolute function (اقتران القيمة المطلقة) $\rightarrow f(x) = |x|$

3) $f(x) = x^n$, n = even (الاقتران ذو القوة الزوجية) $\rightarrow$ ex : $f(x) = x^2$ / $f(x) = x^4$

4) Cosine function (اقتران جيب التمام) $\rightarrow f(x) = \cos x$

* Note :- * $f(x) = 9$

$f(-x) = 9 \neq f(-x) = -9$

* $f(x) = 0$, Even and Odd together

* [redacted]

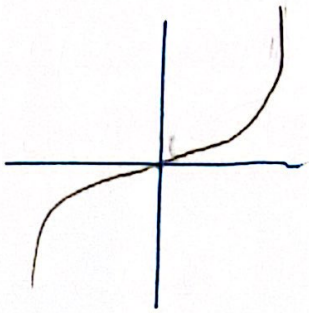
Scanned with CamScanner

B) Odd function : A function $f(x)$ is said to be Odd function

$$\iff f(-x) = -f(x)$$

الاقتران الفردي، تتغير قيمة الاقتران الفردي إلى القيمة السالبة عندما نعكس إشارة (x) وهذا يعني ان الاقتران يكون فرديًا إذا كان $f(-x) = -f(x)$

وإذا تحقق مفهوم التناظر للاقترانات الفردية الذي ينص على ان الاقترانات الفردية تكون متماثلة حول نقطة الأصل (التناظر المركزي)



* لاحظ ان الاقتران الفردي متماثل عند نقطة الأصل وهذا يحقق العلاقة $f(-x) = -f(x)$ والتي تجعل الاقتران فرديًا (Odd function).

The following function are always Odd :-

1) $f(x) = x^n$, n = odd (الاقتران ذو القوة الفردية)

ex: $f(x) = x^1$ / $f(x) = x^3$

2) Sine function (اقتران الجيب) → $f(x) = \sin x$

3) Tangent function (اقتران الظل) → $f(x) = \tan x$

* Note

* $\cos(-x) = \cos x$ → even
* $\sin(-x) = -\sin x$ [Odd
* $\tan(-x) = -\tan x$ [Odd

Scanned with CamScanner

Example :- Check If the following functions are ever or Odd or neither

1) $f(x) = x^2 + 1$

2) $f(x) = x^3 - x$

3) $f(x) = x^4 + |x|$

4) $f(x) = x^9 + x$

5) $f(x) = x^2 + x$

→ Solutions :-

1) $f(x) = x^2 + 1$

$f(-x) = (-x)^2 + 1$

$= \boxed{x^2 + 1} \Rightarrow f(x)$

It's even function

لتحديد نوع الاقتران المجاور نعوض مكان (x) $(-x)$

نلاحظ ان القيمة الناتجة هي نفس الاقتران الاصلي $f(x)$

إذا الاقتران زوجي لان $f(-x) = f(x)$

2) $f(x) = x^3 - x$

$f(-x) = (-x)^3 - (-x)$

$= -x^3 + x \rightarrow$ نأخذ السالب عامل مشترك

$= -(x^3 - x)$

It's Odd function

لتحديد نوع الاقتران المجاور نعوض مكان (x) $(-x)$

نلاحظ ان القيمة الناتجة هي سالب الاقتران الاصلي

إذا الاقتران فردي لان $f(-x) = -f(x)$

Scanned with CamScanner

3) $f(x) = x^4 + |x|$

$f(-x) = (-x)^4 + |-x|$

$= x^4 + x$

It's even function

4) $f(x) = x^5 + x$

$f(-x) = (-x)^5 + (-x)$

$= -x^5 - x$ → نأخذ السالب كعامل مشترك

$= -(x^5 + x)$

It's Odd function

5) $f(x) = x^2 + x$

$f(-x) = (-x)^2 + (-x)$

$= x^2 - x$

It's not even or Odd

(neither)

Scanned with CamScanner

* Rules for even and odd functions :-

1) even ± even = even (زوجي ± زوجي = زوجي)

2) odd ± odd = odd (فردي ± فردي = فردي)

3) even ± odd = neither even nor odd (زوجي ± فردي = «ليس بزوجي ولا بفردي»)

4) even * even = even

5) odd * Odd = even

6) even * odd = odd

7) odd ÷ odd = even

8) even ÷ odd = odd

* Example :- Which of the following is even, odd or neither?

1) $f(x) = \underset{\text{مطلق}}{|x|} + x^{\overset{\text{even}}{6}} + \underset{\text{ثابت}}{9}$

Solution : even + even + even

= even

It's even function

* الاقتران المطلق دائماً زوجي
* الاقتران ذو القوة الزوجية دائماً موجبا
* الاقتران الثابت دائماً زوجي

2) $f(x) = x^{\overset{\text{odd}}{5}} - x^{\overset{\text{odd}}{1}}$

Solution : odd - odd = odd

It's odd function

* الاقتران ذو القوة الفردية دائماً فردي

Scanned with CamScanner

3) $f(x) = |x| + x$

Solution : even + odd = neither even nor odd

It's not even or odd

4) $x^{3} \cdot |x|$ (3: odd)

Solution : odd * even = odd

It's odd function

5) $f(x) = \dfrac{x^{3} + x^{1}}{x^{2} - |x|}$ (3: odd, 1: odd, 2: even, |x|: even)

Solution : $\dfrac{\text{odd} + \text{odd}}{\text{even} + \text{even}} = \dfrac{\text{odd}}{\text{even}} = \text{odd}$

It's odd function

Example :- 1) If f(x) is even function and $\boxed{f(-3) = 5}$. find f(3)?

Solution : f(x) is even → $f(x) = f(-x)$

$f(3) = \boxed{f(-3)}$ → معطى من السؤال

$\boxed{f(3) = 5}$

2) If f(x) is odd function and $\boxed{f(-3) = 5}$. find f(3) ?

Solution : f(x) is odd → $f(-x) = -f(x)$

معطى من السؤال ← $\boxed{f(-3)} = -f(3)$

$$\frac{5}{-1} = \frac{-f(3)}{-1}$$

$$\boxed{f(3) = -5}$$

Scanned with CamScanner